

VDI-Fachtagung "Messunsicherheit praxisgerecht bestimmen – Prüfprozesse in der industriellen Praxis"

am 5. und 6. November 2025 in Erfurt

Messunsicherheit, Messprozesseignung und Fähigkeit von Messmitteln und Fertigungsprozessen

Dr.-Ing. Michael Hernla, Dortmund

Inhalt

- 1 Einleitung
- 2 Goldene Regel
- 3 Andere Kenngrößen
- 4 Kritische Betrachtung
- 5 Objektive Grenzwerte
- 6 Form und Lage
- 7 Ortsabweichungen
- 8 Betragsverteilungen
- 9 Nullpunkt-Paradox
- 10 Zusammenfassung

1. Einleitung

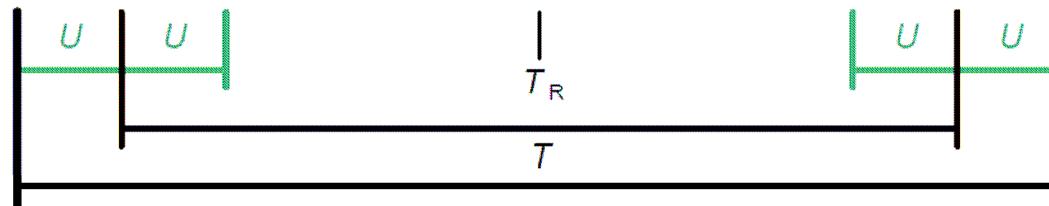
- Grundsatz in Fertigung und Qualitätsprüfung:
„Nicht so genau wie möglich, sondern so genau wie nötig“
- 2. Hälfte 19. Jahrhundert: Übergang von handwerklicher zur industrieller Produktion mit nationalen metrologischen Instituten und internationalen gesetzlichen Einheiten
- Internationales Toleranzsystem (IT) für Maße und Passungen Anfang des 20. Jahrhunderts
- Internationales Maß- und Toleranzsystem für metrische Gewinde in 1920-er Jahren
- Gestaltung der Grenzlehren mit Herstellungs- und Abnutzungsgrenzen – „Neue Lehren in die Fertigung!“

Qualitätsprüfung durch Messung



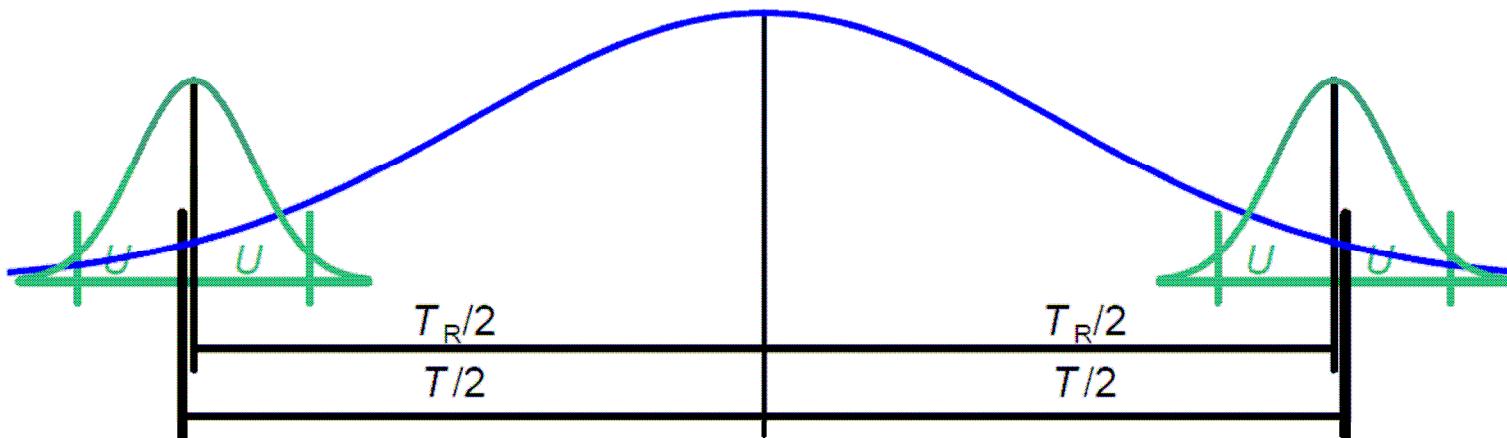
- **Goldene Regel** für Verhältnis der Messunsicherheit zur Toleranz U/T (1920-er Jahre)
- Urheber: **Prof. Georg Berndt** (1880 bis 1972)
- 1924 Institut für Messtechnik und wissenschaftliche Grundlagen des Austauschbaus an der TH Dresden
- Begründung in Artikel 1968: Funktionstoleranz und Messunsicherheit

2. Goldene Regel – Messung individuell



- Funktionstoleranz T um Messunsicherheit U
eingeschränkt zur Fertigungstoleranz $T_R = T - 2*U$
- Beispiel mit $U/T = 0,1$ – Verhältnis $T_R/T = 0,80$
- Entspricht Entscheidungsregeln nach JCGM 106
und ISO 14253-1 für den Hersteller

Goldene Regel – Messung prozessbezogen



- Statistischer Ansatz: Fertigung und Messung als normalverteilte Zufallsprozesse
- Quadratische Subtraktion: $T_R = \sqrt{T^2 - 4 \cdot U^2}$
- Beispiel mit $U/T = 0,1$ – Verhältnis $T_R/T = 0,98$

Goldene Regel – ohne Toleranzeinschränkung

- Kleine Messunsicherheit – Toleranzeinschränkung vernachlässigbar

	U/T	T_R/T	Einschränkung um
Goldene Regel	0,1	0,98	2 %
	0,2	0,92	8 %
VDA Band 5	0,15	0,95	5 %
Ausnahme	0,3	0,80	20 %

3. Andere Regelwerke und Kenngrößen – 1998

Messung am Normal mit s_N :

	BMW	Bosch/Mercedes	Ford	MSA
Forderung	$c_g = \frac{0,2 \cdot T}{6 \cdot s_N} \geq 1,33$	$c_g = \frac{0,133 \cdot T}{2 \cdot s_N} \geq 1,33$	$c_g = \frac{0,15 \cdot T}{6 \cdot s_N} \geq 1,00$	---

Messung am Werkstück mit s_W :

Forderung	$c_g = \frac{0,4 \cdot T}{6 \cdot s_W} \geq 1,33$	$\frac{100 \cdot WV}{T} \leq 20$ mit $WV = 2 \cdot 1,96 \cdot s_W$	$\frac{WV}{T} \leq 0,2$ mit $WV = 6 \cdot s_W$	$\frac{R \& R}{T} \leq 0,1 (0,3)$ mit $R\&R = 5,15 \cdot s_W$
-----------	---	---	---	--

Verschiedene Kenngrößen und Grenzwerte – nicht vergleichbar

Umrechnung auf gemeinsamen Nenner 2*s

	BMW	Bosch/Mercedes	Ford	MSA
Forderung $\frac{T}{2 \cdot s_N} \geq$	$c_g = \frac{0,2 \cdot T}{6 \cdot s_N} \geq 1,33$ 20	$c_g = \frac{0,133 \cdot T}{2 \cdot s_N} \geq 1,33$ 10	$c_g = \frac{0,15 \cdot T}{6 \cdot s_N} \geq 1,00$ 20	---
Forderung $\frac{T}{2 \cdot s_W} \geq$	$c_g = \frac{0,4 \cdot T}{6 \cdot s_W} \geq 1,33$ 10	$\frac{100 \cdot WV}{T} \leq 20$ mit $WV = 2 \cdot 1,96 \cdot s_W$ 9,8	$\frac{WV}{T} \leq 0,2$ mit $WV = 6 \cdot s_W$ 15	$\frac{R \& R}{T} \leq 0,1 \ (0,3)$ mit $R\&R = 5,15 \cdot s_W$ 25,7 (8,6)

Forderungen unterscheiden sich um **Faktor 2,5!**

Richtlinie VDI/VDE 2600-1:2013, Anhang C

	Prüfprozess-eignung	MSA 3. Auflage	MSA 4. Auflage	Q-DAS Leitfaden	VDA Band 5
Forderung	$\frac{U}{T} \leq 0,2$	$\frac{GRR}{T} \leq 0,1 \text{ (0,3)}$	$\frac{GRR}{T} \leq 0,1 \text{ (0,3)}$	$\frac{R \& R}{T} \leq 0,2 \text{ (0,3)}$	$\frac{2 \cdot U_{MP}}{T} \leq 0,3$
Umrechnung	U	$U = \frac{GRR}{2,576}$	$U = \frac{GRR}{3}$	$U = \frac{R \& R}{2,576}$	$U = U_{MP}$
$\frac{U}{T} \leq$	0,2	0,039 (0,116)	0,033 (0,1)	0,078 (0,116)	0,15
Berücksichtigte Einflüsse	Alle bekannten	Nur EV und AV	Nur EV und AV	Nur EV und AV	Alle bekannten

EV = Streuung der Messeinrichtung

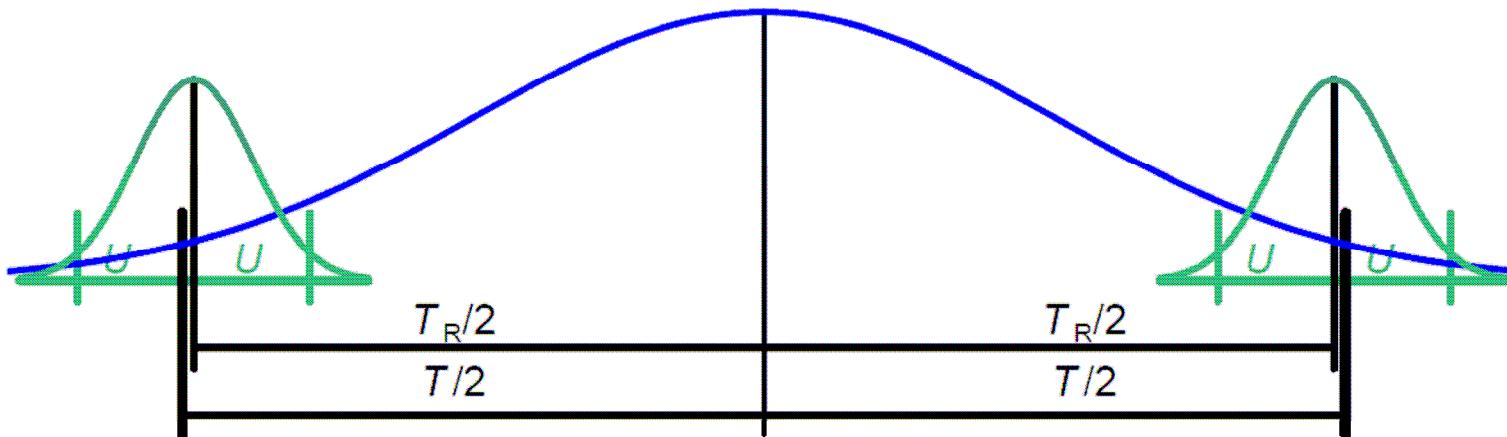
AV = Streuung des Bedieners (Prüfers)

Forderungen unterscheiden sich um **Faktor 6!**

Unterschiedlicher Informationsgehalt

- Goldene Regel nach Berndt: Streuung aus Wiederholmessungen (GUM Methode A)
- Prüfprozesseignung VDI/VDE 2600-1 und VDA Band 5: Alle bekannten Einflüsse auf die Messunsicherheit
- MSA 3, MSA 4 und Q-DAS-Leitfaden: Streuung der Messeinrichtung EV und des Bedieners AV ...
- ... aber z.B. ohne Temperatur und Formabweichungen der Oberfläche
- MSA ohne Messabweichung der Messeinrichtung – keine Rückführung

4. Kritische Betrachtung der Goldenen Regel



- Quadratische Subtraktion: $T_R = \sqrt{T^2 - 4 \cdot U^2}$
- Funktionstoleranz T , Fertigungstoleranz T_R und Messunsicherheit U – unterschiedliche Größen
- T entspricht 95 %-Streugrenze, d.h. $T = 4^*s$

Toleranzausnutzung und Prozessfähigkeit

- Mit $T = 4*s$, $T_R = 4*s_R$ und $U = 2*s_M$ Gleichung neu

$$s_R = \sqrt{s^2 - s_M^2}$$

- 95 %-Streugrenze entspricht Prozessfähigkeitsindex

$$c_P = \frac{T}{6 \cdot s} = \frac{4 \cdot s}{6 \cdot s} = 0,67$$

- Anteil 5 % der Produktion außerhalb der Toleranz T – auch damals wenig wahrscheinlich
- Heute Automobilindustrie Forderung $c_P \geq 1,33 \dots 2,00$
- Bei $c_P = 1,33$ und $U/T = 0,1$ – $T_R/T = 0,92$ (statt 0,98)

5. Objektive Grenzwerte für die Messprozesseignung

- Zusammenhang zwischen Toleranz, Messunsicherheit, Prozessfähigkeit und Messprozesseignung
- Vergrößerung der Prozesseigenstreuung s_1 durch Streuung der Messeinrichtung s_2 zur Prozessgesamtstreuung s :

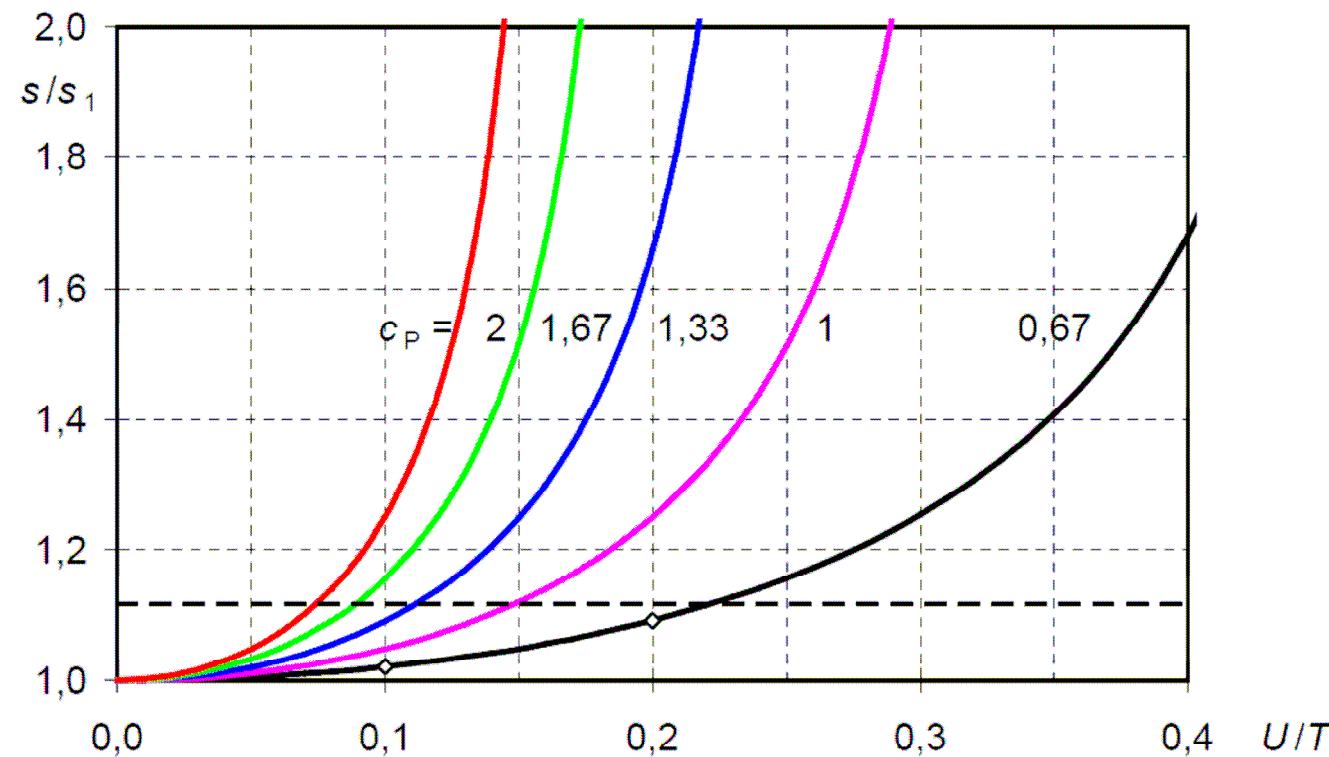
$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$$

- Zusammenhang zwischen Messunsicherheit U , Toleranz T , Grenzwert c_p der Prozessfähigkeit und Verhältnis s zu s_1 :

$$\frac{s}{s_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(3 \cdot c_p \cdot \frac{U}{T}\right)^2}}$$

Zusammenhang zwischen Messunsicherheit und Prozessfähigkeit

Verhältnis s/s_1 der Prozessgesamtstreuung s
zur Prozesseigenstreuung s_1



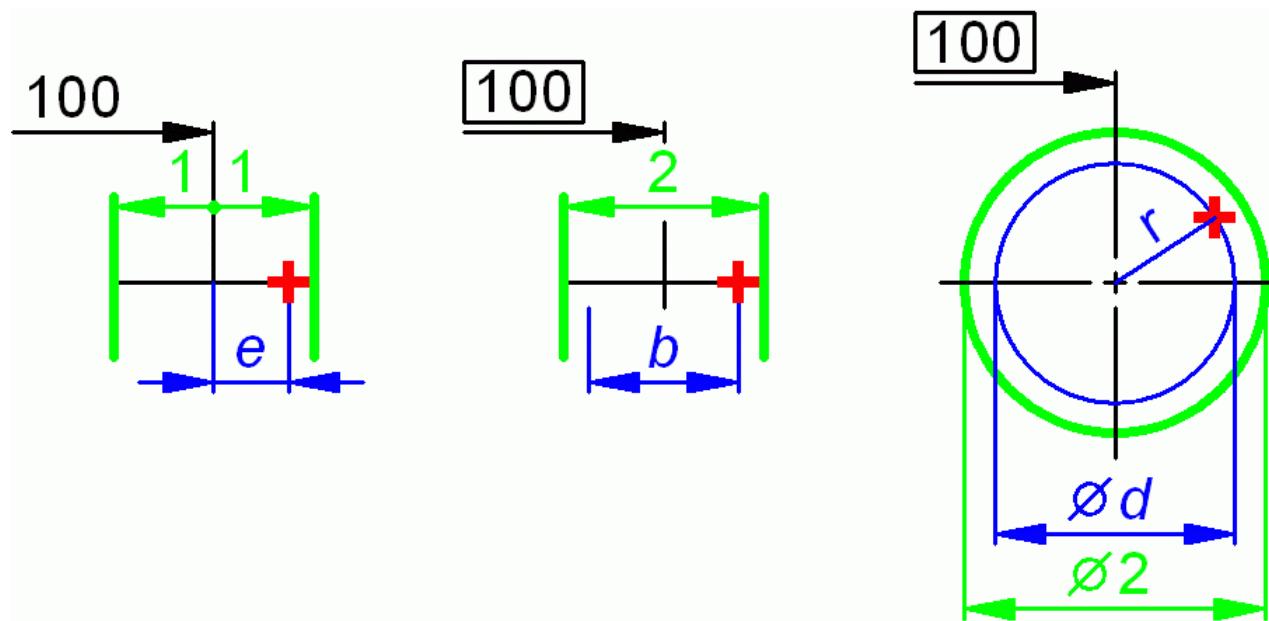
Empfehlung für objektive Grenzwerte

- Bei $s_1 = s_2$ Verhältnis $s/s_1 = 1,41$
- Kosten für gleiche Streuung bei Messung geringer als in der Fertigung
- Bei $s_1 = 2*s_2$ Verhältnis $s/s_1 = 1,12$ – gestrichelte Linie
- Für bessere Prozessfähigkeit kleinere Messunsicherheit:
 $c_p = 1,00 \dots U/T \leq 0,15$
 $c_p = 1,33 \dots U/T \leq 0,11$
 $c_p = 1,67 \dots U/T \leq 0,09$
- Messunsicherheit $U = 2*s_2$ aus Wiederholungsmessungen am selben Objekt parallel zur Prozessgesamtstreuung s

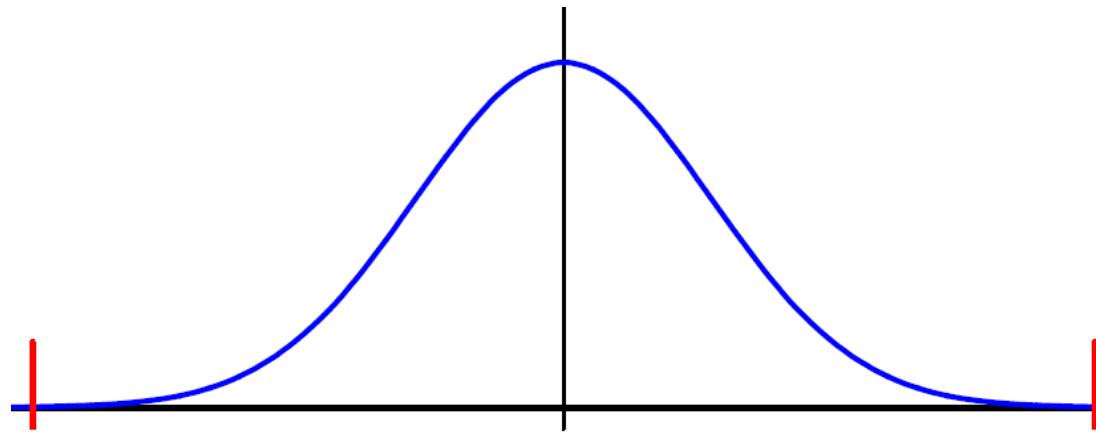
6. Form- und Lageabweichungen

- ISO 1101 definiert Toleranzen und -zonen für Form, Richtung, Ort und Lauf, aber **keine Abweichungen**
- **Ausnahme:** Form mit Referenzelementen nach Minimax-Assoziation (Tschebyschew, 8.2.2.3.1)
- **Forderung:** Alle Punkte des tolerierten Elementes müssen in der Toleranzzone liegen (→ kein Messwert erforderlich!)
- **Messgerätesoftware:** Bei symmetrischen Toleranzzonen Abweichungen verdoppelt
- Verursacht **Probleme** bei Messprozesseignung, Prüfmittel- und Prozessfähigkeit

Abstand und Position – Toleranzen und Abweichungen



Beispiel Prozessfähigkeit



Fähigkeitsindex c_p mit Prozessstreuung s aus den Abweichungen

Abstand mit e (s einfach): $c_p = \frac{T}{6 * s} \geq 1,33$

Position mit b (s verdoppelt): $c_p = \frac{T}{6 * s} \geq 0,67$

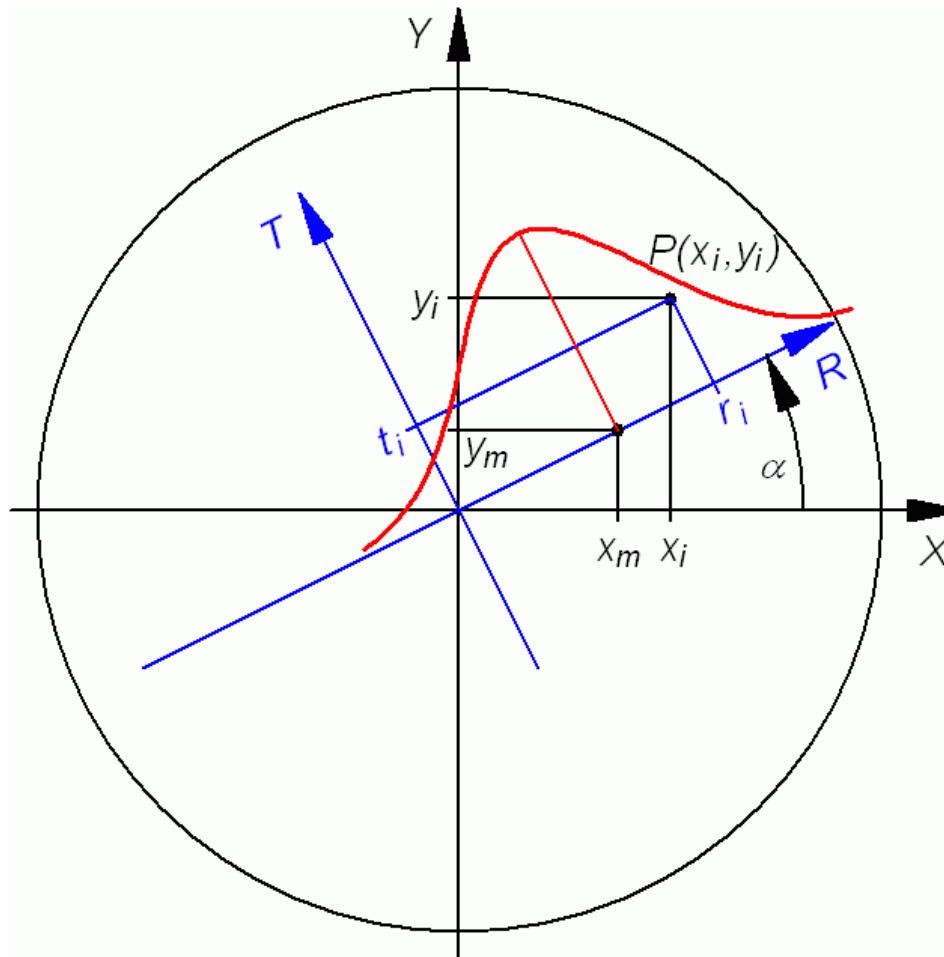
Beispiel Messprozesseignung

- **Goldene Regel** mit Verhältnis $(2^*U)/T \leq 0,1$ – schärfere Forderung gegenüber $U/T \leq 0,1$
- Verdoppelte Abweichungen und Unsicherheiten in Richtlinien und Normen nicht berücksichtigt
- Alternativen: Einfache Messunsicherheit U für die Messprozesseignung, doppelte (2^*U) für das Messergebnis ...
... oder auch den Grenzwert verdoppeln ...
... oder nur einfache Abweichungen ermitteln
- Neu: **VDI/VDE 2617 Blatt 8 (2018)** „Messprozesseignung von Koordinatenmessgeräten“ mit Unterscheidung zwischen einfacher und verdoppelter Abweichung

Lageabweichungen nicht definiert

- Erste Norm für Form- und Lagetoleranzen 1959, aber Lageabweichungen bis heute **nicht definiert**
- ISO-GPS-Normensystem für Geometrische Produktspezifikation und -prüfung seit 1996 ebenfalls ohne Vorgaben
- ISO 1101 Ausgaben 1982, 1985, 2008, 2014, 2017
- Verschiedene Interpretationen möglich und zulässig
- **Zweckmäßigkeit und Nutzen** für den Anwender – einfache, vorzeichenrichtige Abweichungen

7. Vorzeichenrichtige Ortsabweichungen



Beispiel Prozessfähigkeit

- Projektion der Abweichungen vorzeichenrichtig auf die Richtung der mittleren Abweichung (x_m, y_m)
- Winkel α zwischen Istposition und Sollposition
- Radiale Abweichungen r_i normalverteilt
- Jenseits der Toleranzmitte (links) negative Radien
- Betragsverteilung 2. Art vermeidbar durch einfache, vorzeichenrichtige Abweichungen
- Direkt Korrekturwerte für die Fertigung
- Empfohlene Standardauswertung

8. Betragsverteilungen

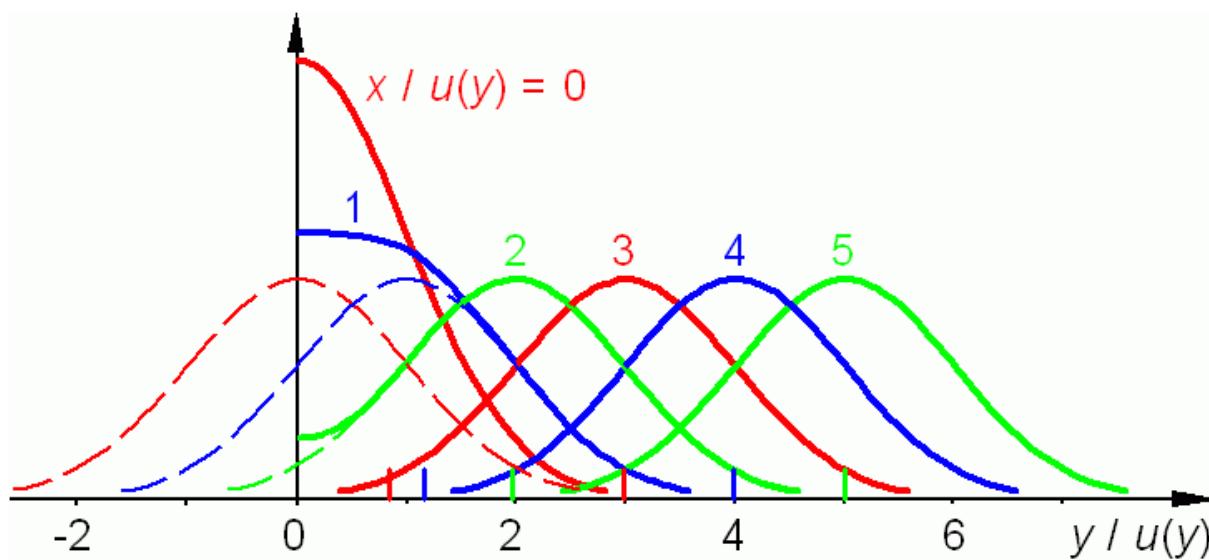
Modellansätze

- 1. Form, Richtung, Lauf als Differenz (Spannweite) der Abweichungen: $Y = |X_2 - X_1|$
- 2. Ortsabweichungen in einer Koordinate – Symmetrie, Position, Linien- und Flächenform an Oberflächen: $Y = |X|$
- 3. Ortsabweichungen mit kreisförmiger Toleranzzone – Koaxialität, Position in der Ebene, Linienform im Raum:

$$Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$$

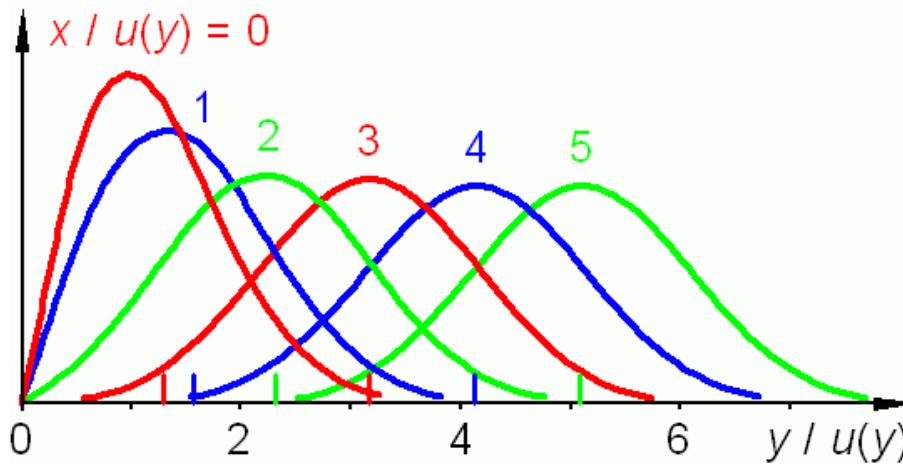
- Nur positive Abweichungen – nahe null keine Normalverteilung

Betragsteilung 1. Art



- Modellansatz 1 und 2: Form, Richtung, Ort, Lauf
- Messwert nahe null – Betragsteilung
- Messwert größer, Standardabweichung kleiner
- Bei $y \geq 2^*u(y) = U$ – Normalverteilung

Betragsteilung 2. Art



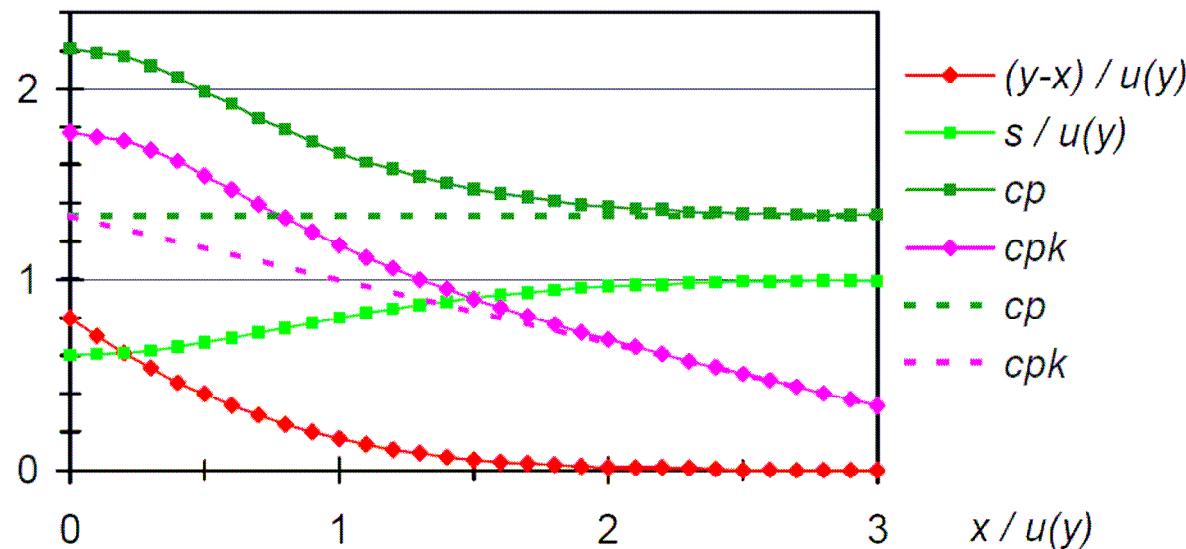
- Modellansatz 3 mit kreisförmiger Toleranzzone
- Messwert in Toleranzmitte – Betragsteilung
- Messwert größer, Standardabweichung kleiner
- Bei $y \geq 4 \cdot u(y) = 2 \cdot U$ – Normalverteilung

Diskussion Betragsverteilungen

- **Mit Messdaten** (GUM Methode A) – Betragsverteilung verändert Messprozesseignung und Fähigkeit ...
- ...aber nicht Entscheidung über Einhaltung der Spezifikation
- **Ohne Messdaten** (GUM Methode B) mit Normalverteilung ohne Folgen
- Einfache und vorzeichenrichtige Ortsabweichungen – keine BV, aber Korrekturwerte für die Fertigung
- Empfohlene Standardauswertungen
- Bei Form, Richtung, Lauf mit BV – Abweichung im Streubereich – Messung mit kleinerer Unsicherheit

9. Nullpunkt-Paradox am Beispiel Prozessfähigkeit

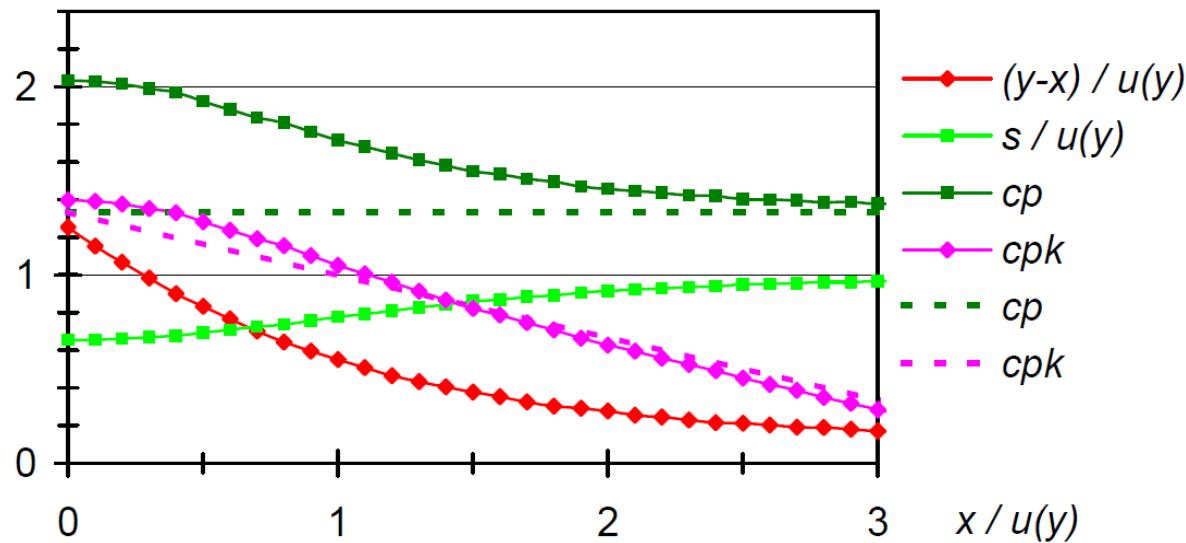
Betragsverteilung 1. Art bei $c_P = 1,33$



- Messwert y größer, Streuuung s kleiner
- Bei $y / s \approx x / u(y) < 2$ Prozessfähigkeit c_P, c_{PK} scheinbar besser

Nullpunkt-Paradox am Beispiel Prozessfähigkeit

Betragsverteilung 2. Art bei $c_P = 1,33$



- Messwert y größer, Streuuung s kleiner
- Bei $y / s \approx x / u(y) < 3$ Prozessfähigkeit c_P scheinbar besser, bei $y / s \approx x / u(y) < 1$ auch c_{PK}

10. Zusammenfassung

- Goldene Regel seit rund hundert Jahren bewährt
- Bei kleinen U/T Toleranzeinschränkung vernachlässigbar
- Bei größeren U/T und höheren Ansprüchen – angestrebte Prozessfähigkeit bei Grenzwert berücksichtigen
- Lagetoleranzen sind definiert, Lageabweichungen nicht
- Ortsabweichungen statt mit verdoppelten Abweichungen besser einfach und vorzeichenrichtig bestimmen
- Betragsverteilungen mit fehlerhaft besseren Bewertungen der Prozessfähigkeit ...
- ... vermeidbar durch einfache und vorzeichenrichtige Abweichungen oder genauere Messungen

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit